Universitatea Transilvania din Braşov
Laboratorul de Vedere Artificială Robustă şi Control

Sisteme de Vedere Artificială

Optica

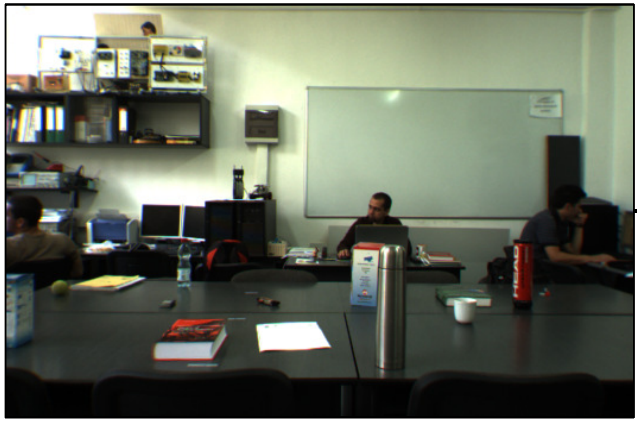
Sorin M. Grigorescu

Cuprins

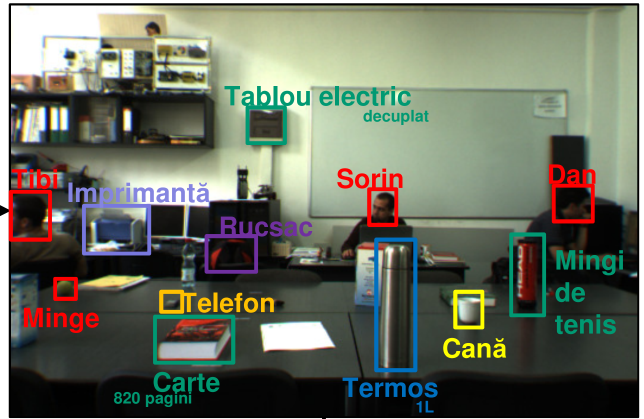
- Formarea imaginilor
- Modelul camerei ideale
- Parametrii intrinseci şi extrinseci ai unei camere
- Calibrarea camerelor

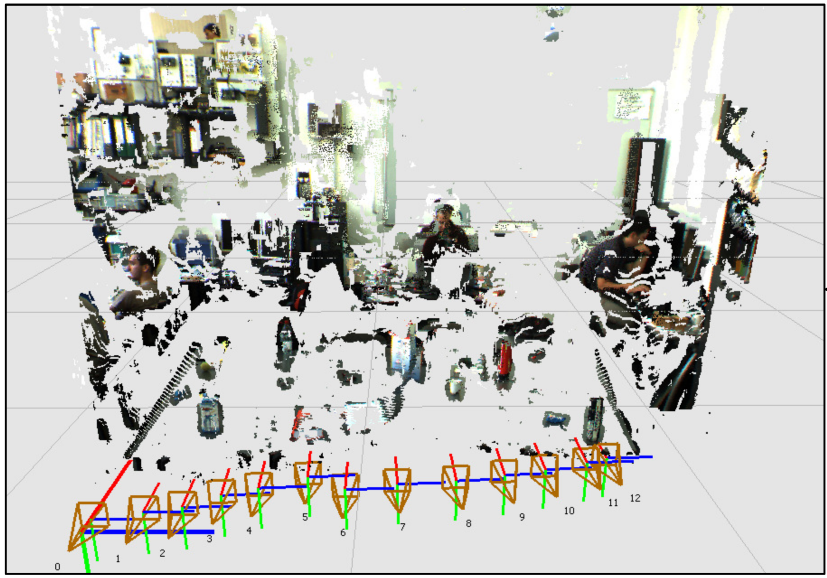
Geometria lumii reale

Vederea artificială 3D



Înţelegerea imaginii



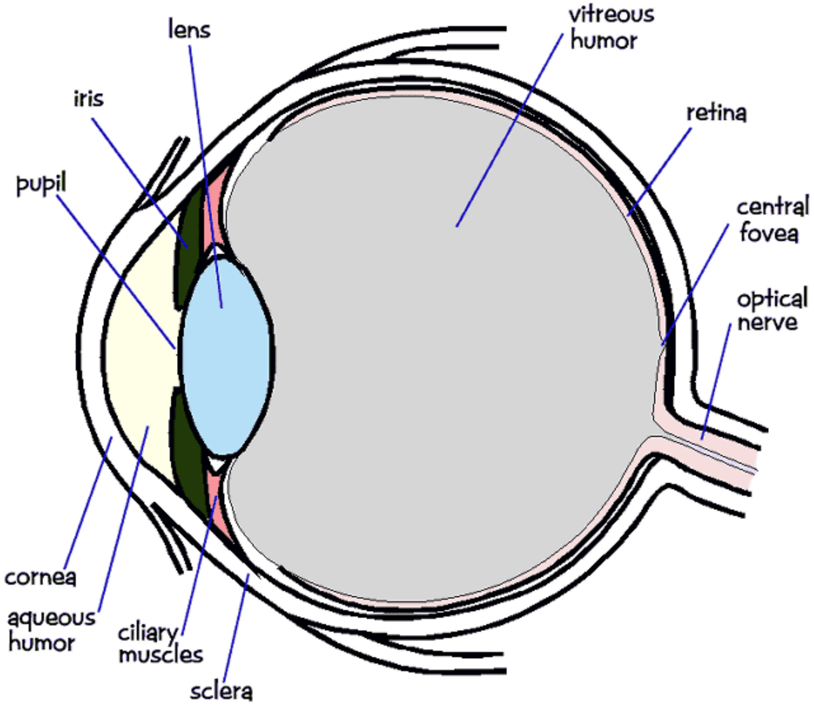


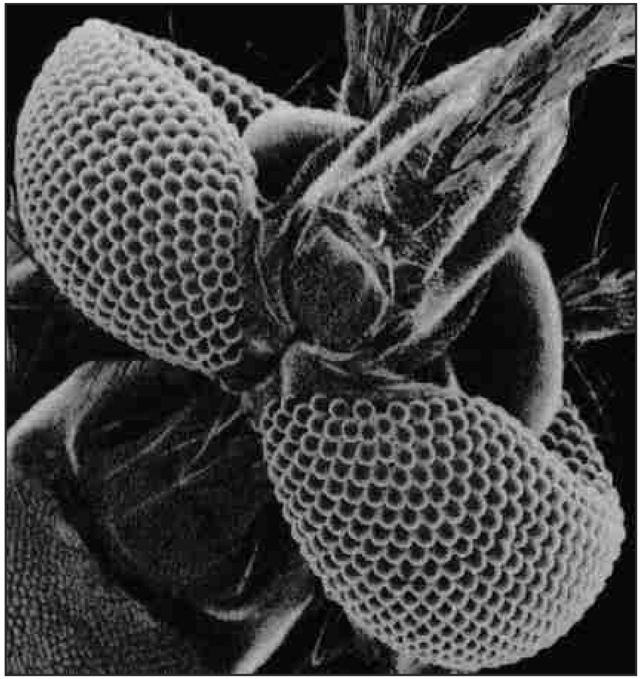
Model 3D
(spațiu cartezian)

Grafică asistată de calculator

Camera Ideala

Camere “biologice”

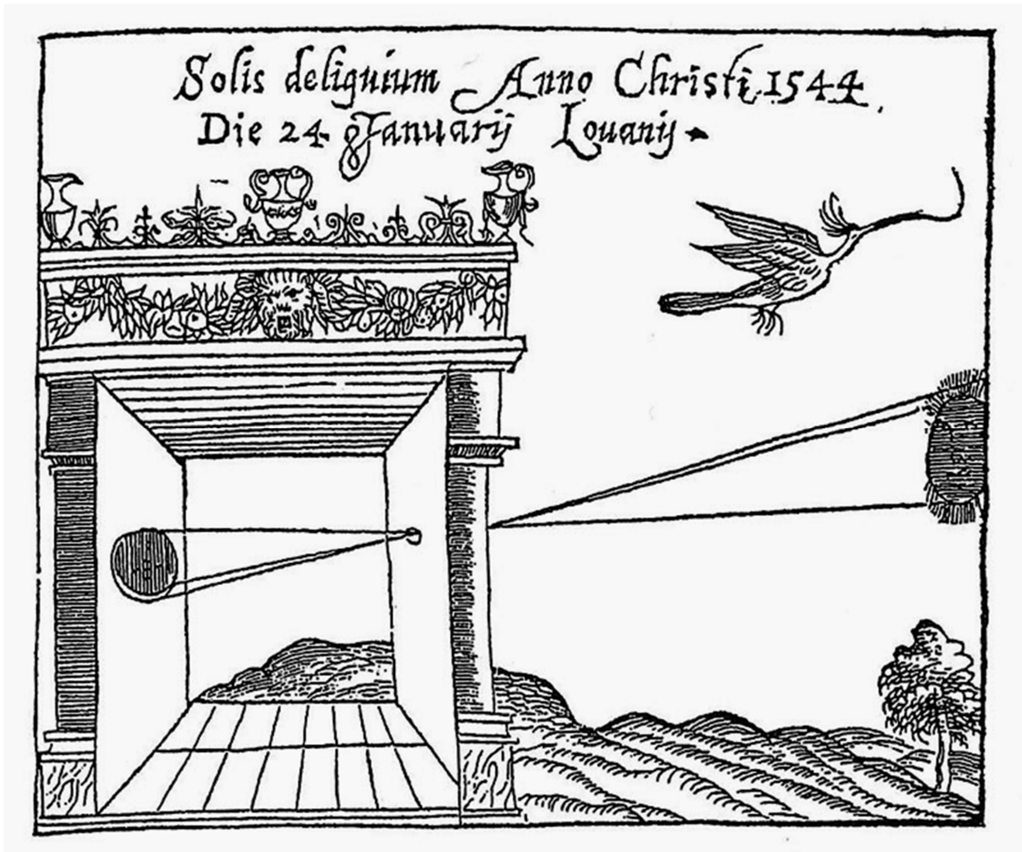




Ochiul uman **Ochiul unui țânțar**

Camere digitale

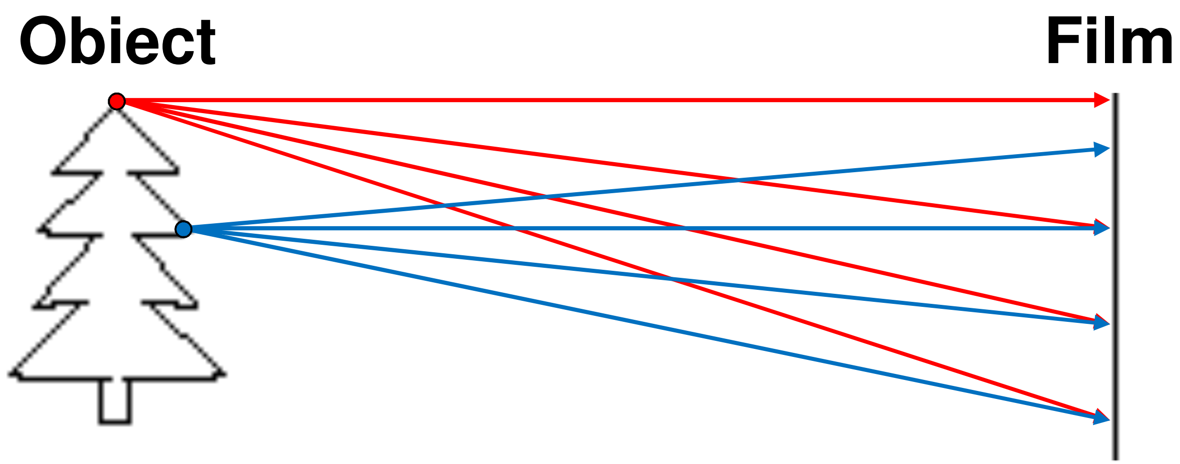
Camere foto



Basorelief din 1544 reprezentând “Camera Obscura”

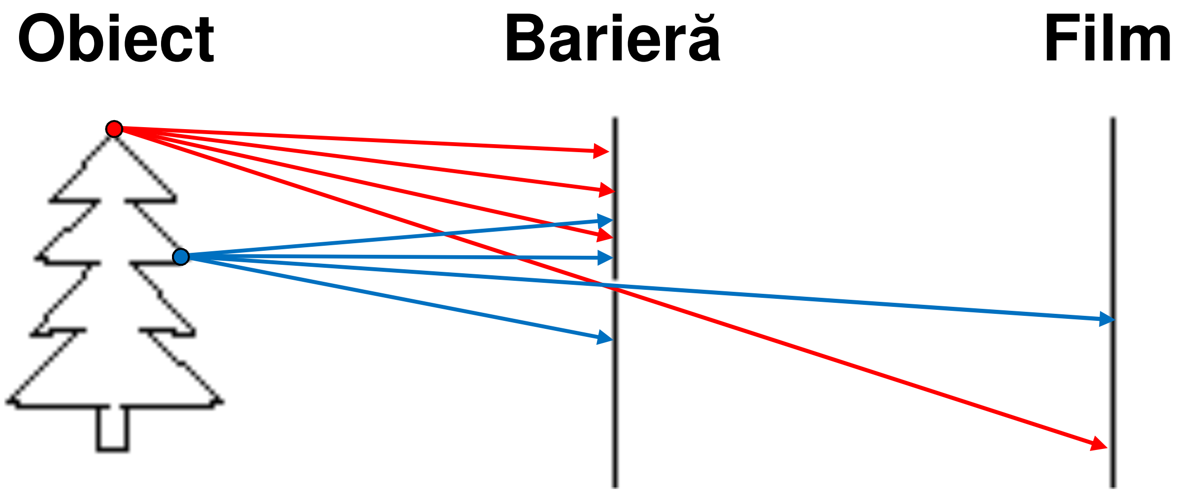
Proiectarea unei camere

- Poziționarea unui film fotografic în fața unui obiect
- Se obține o copie a obiectului în imagine?



Proiectarea unei camere

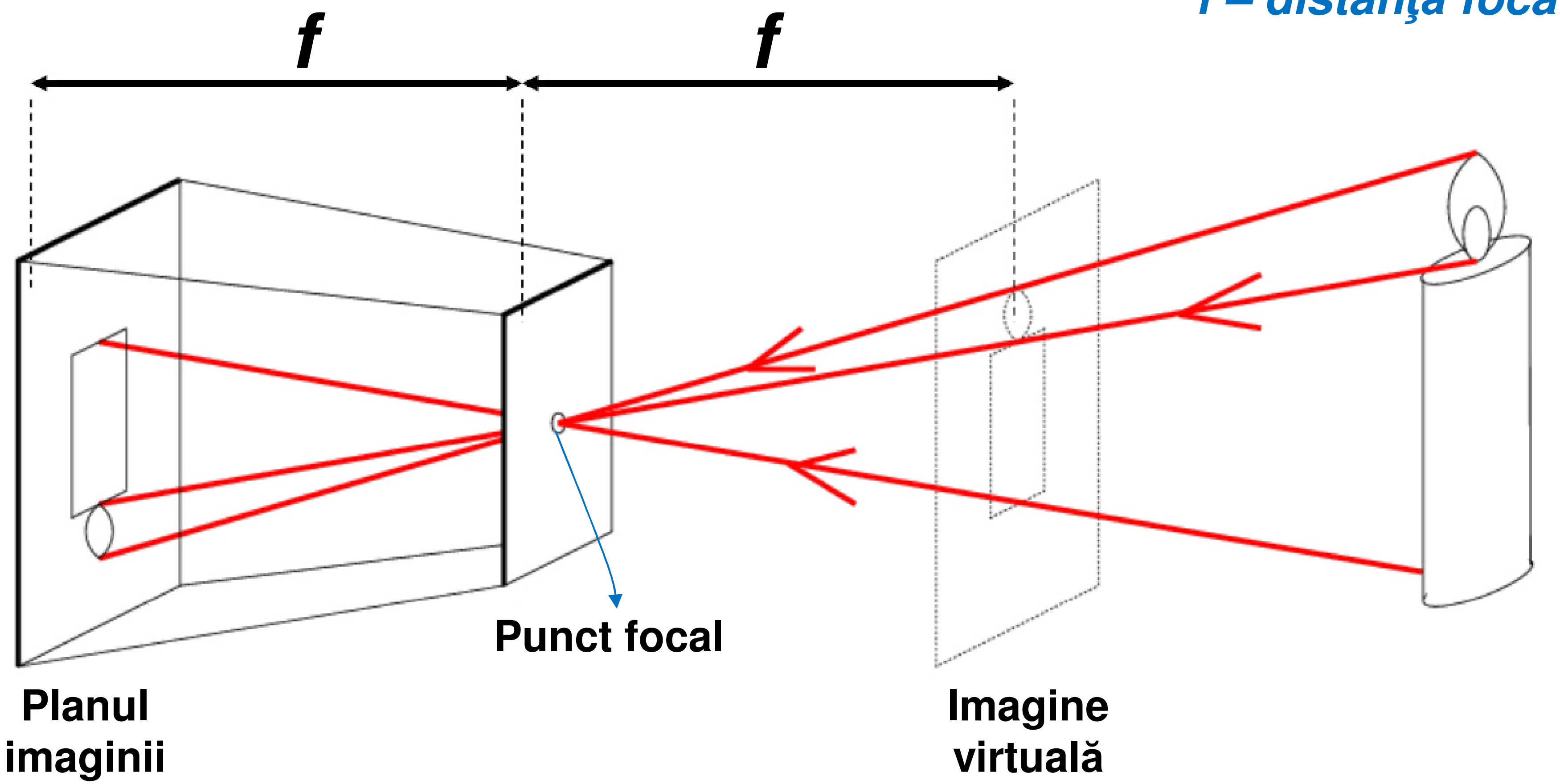
- **Adăugarea unei bariere pentru blocarea majorității razelor luminoase**
- **Deschiderea din barieră poartă denumirea de apertură**



Camera ideală

- Razele de lumină ce descriu obiectul trec printr-un singur punct
- Punctul poartă numele de centru de proiecție, sau punct focal
- Imaginea se formează în planul imaginii

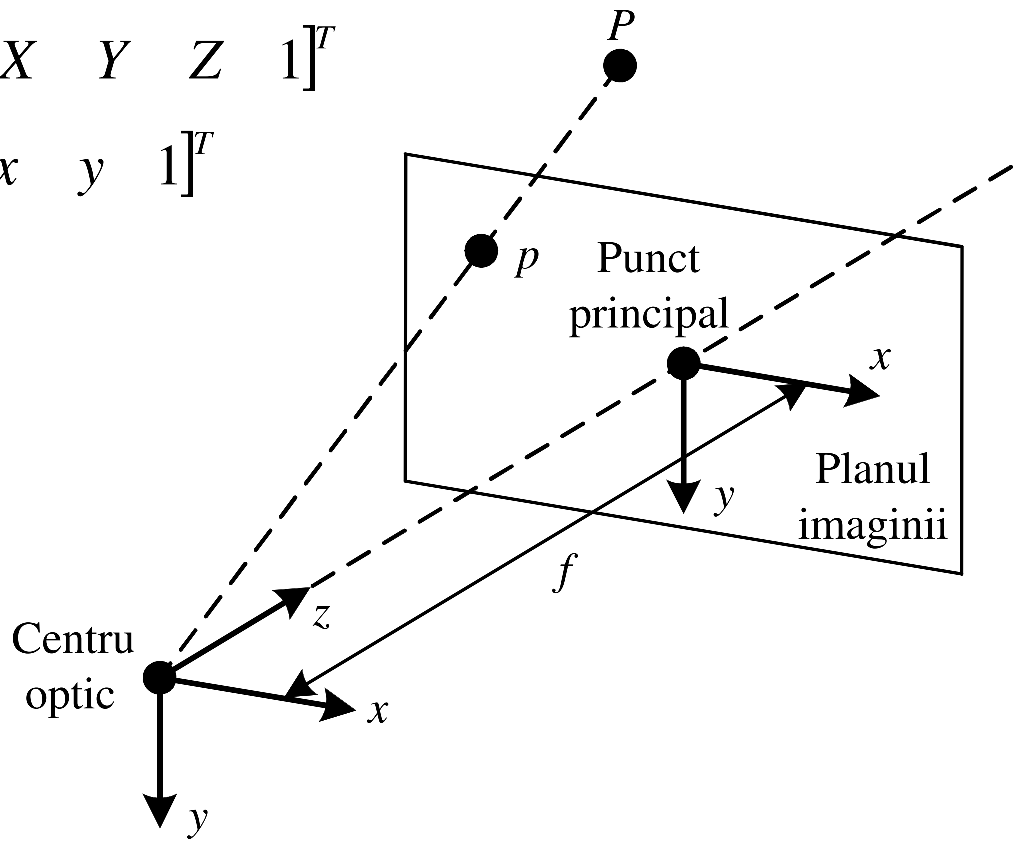
f – distanţă focală



Modelarea camerelor ideale

$P = \begin{bmatrix} X & Y & Z & 1 \end{bmatrix}^T$

$p = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix}^T$



P – **punct 3D (real)**
p – **punct 2D (în imagine)**

f – **distanță focală**

$$x = f \cdot \frac{X}{Z} \qquad y = f \cdot \frac{Y}{Z}$$

O cameră, sau un senzor vizual, poate fi descrisă ca un sistem ce execută o transformare ireversibilă din coordonatele spaţiului 3D real în coordonatele 2D ale planului imaginii.

Modelarea camerelor ideale

- **Reprezentare în coordonate omogene a punctelor 3D și 2D:**

$$X = \begin{bmatrix} X & Y & Z & 1 \end{bmatrix}^T$$
$$x = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix}^T$$

- **Proiecția punctelor 3D în planul imaginii este dată de distanța focală f :**

$$x = f \cdot \frac{X}{Z} \qquad y = f \cdot \frac{Y}{Z}$$

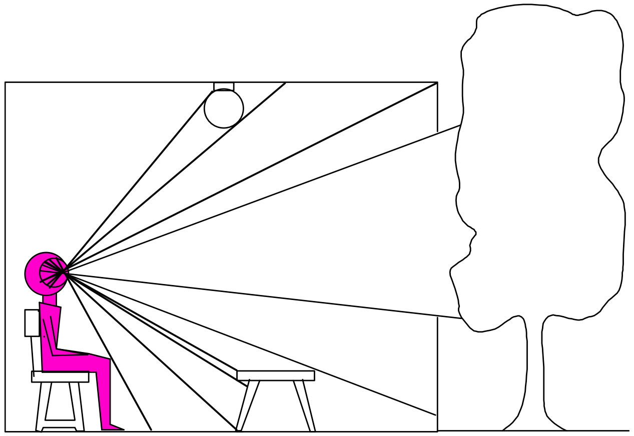
- **Transformare ireversibilă 3D -> 2D:**

$$\boxed{\Re^3 \rightarrow \Re^2}$$

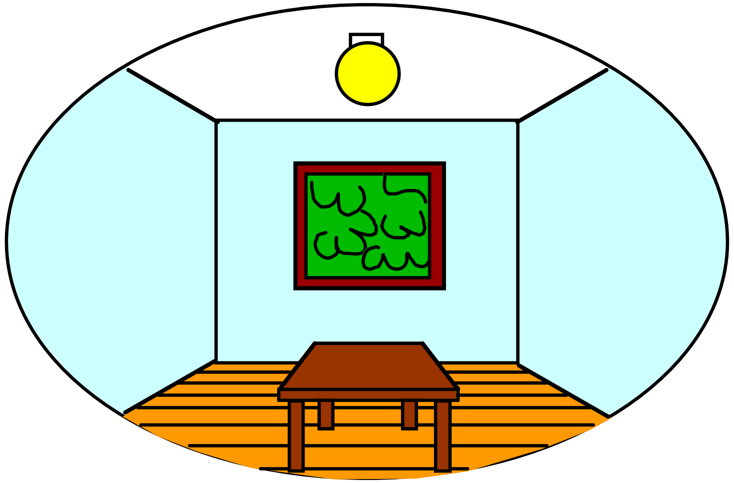
Reducerea dimensiunii 3D -> 2D

- Ce se pierd?
  - unghiurile
  - distanțele

Scena 3D

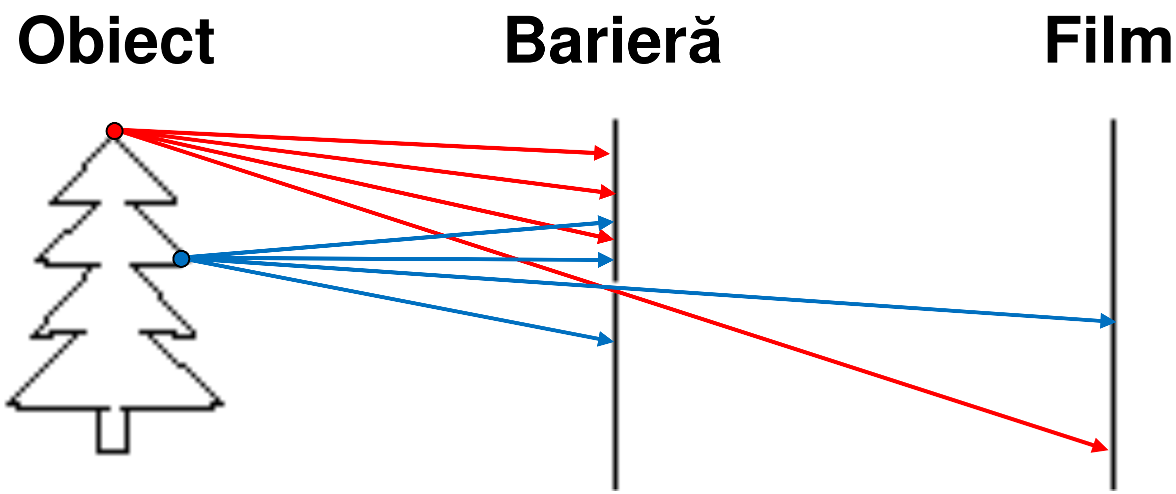


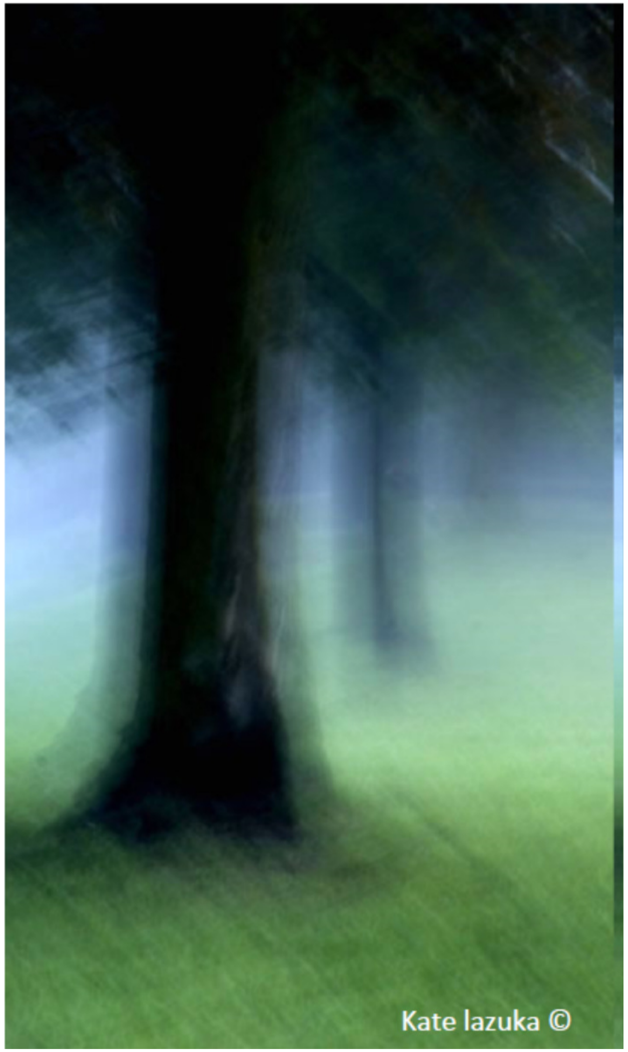
Imaginea 2D



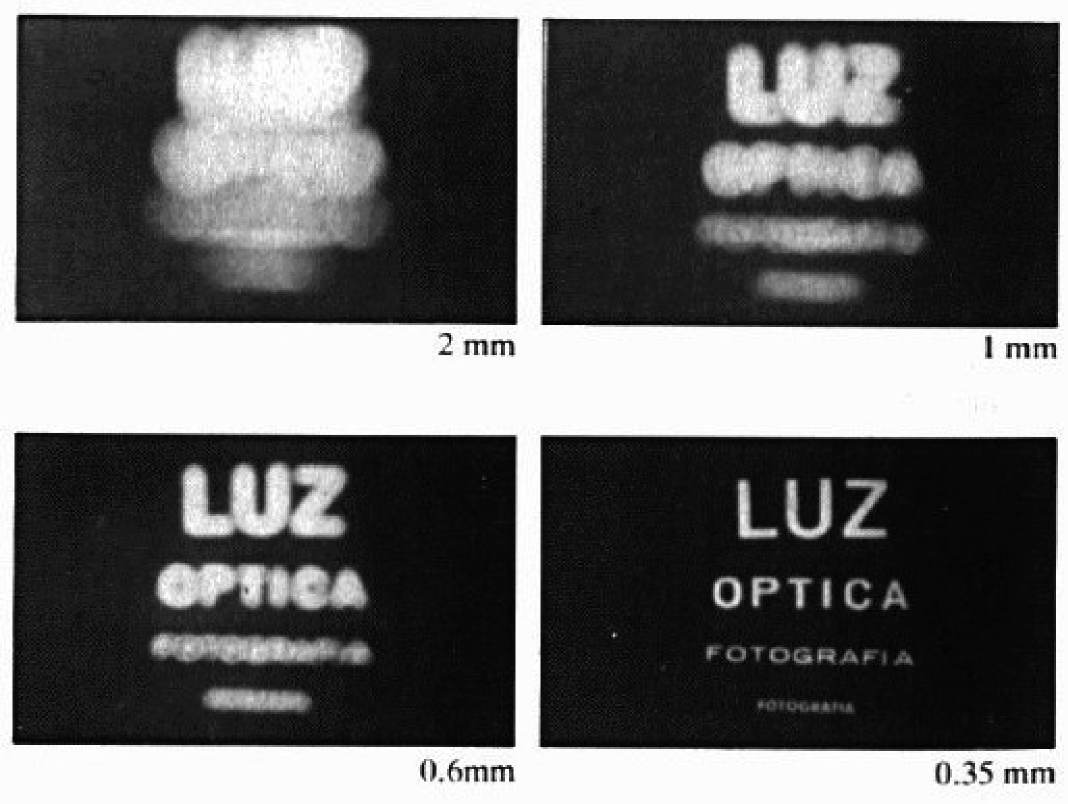
Camera ideală

- **Importanţa dimensiunii aperturii**



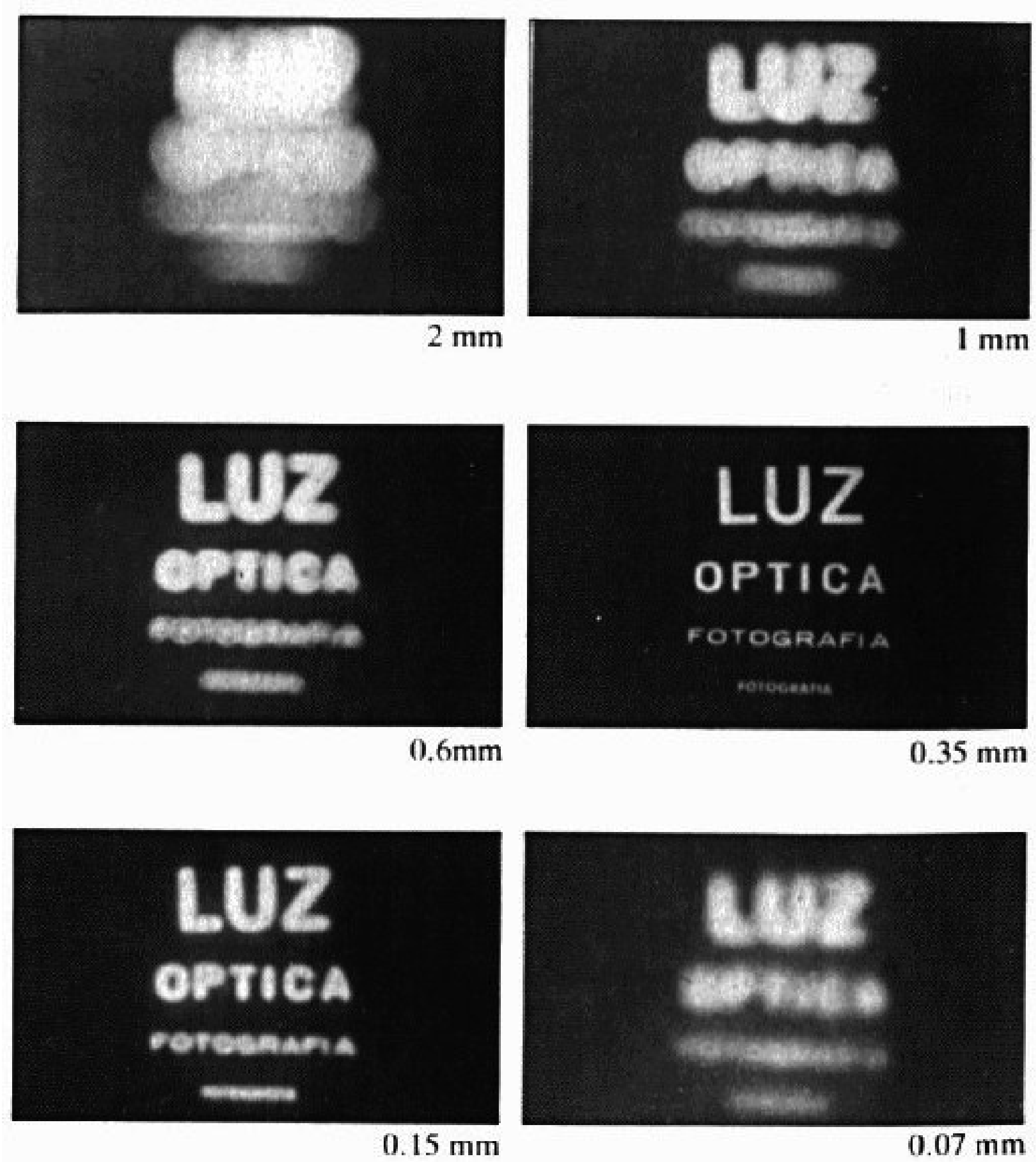


Micșorarea aperturii



- De ce să nu creăm o apertură cât mai mică?
    - Apar erori de difracție

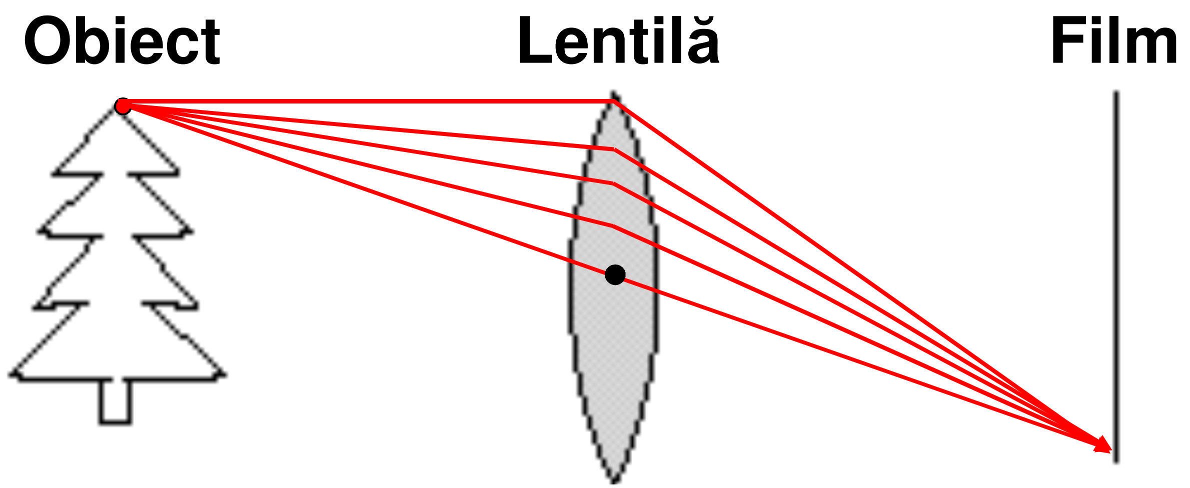
Micșorarea aperturii



Lentile

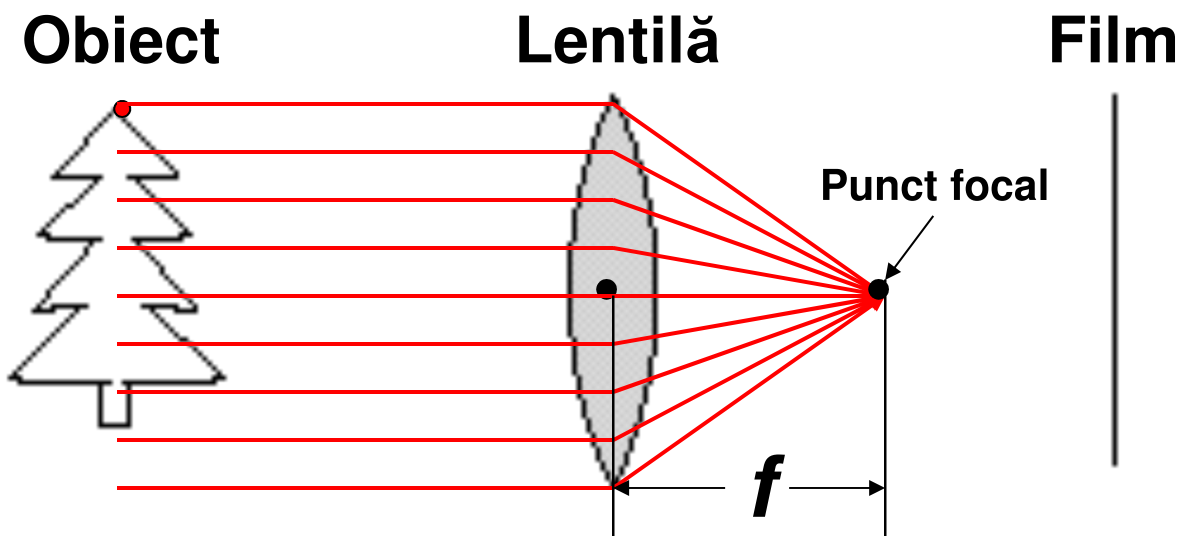
Adăugarea unei lentile focale

- Lentila concentrează razele de lumină într-un singur punct



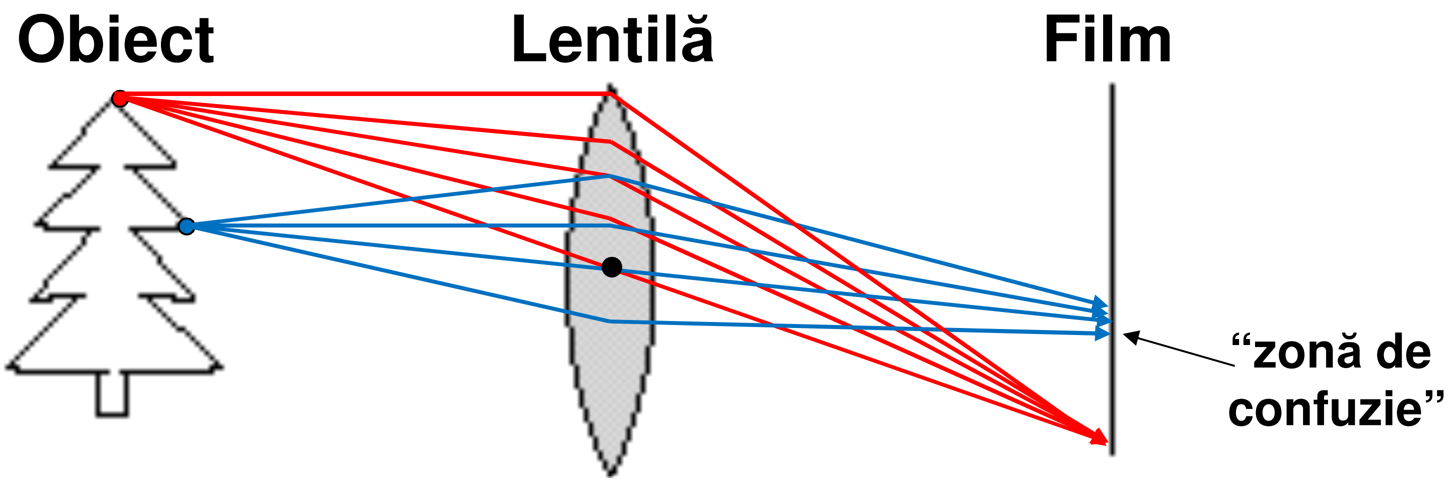
Adăugarea unei lentile focale

- Lentila concentrează razele de lumină într-un singur punct
- Toate razele converg într-un punct focal aflat la distanța focală f

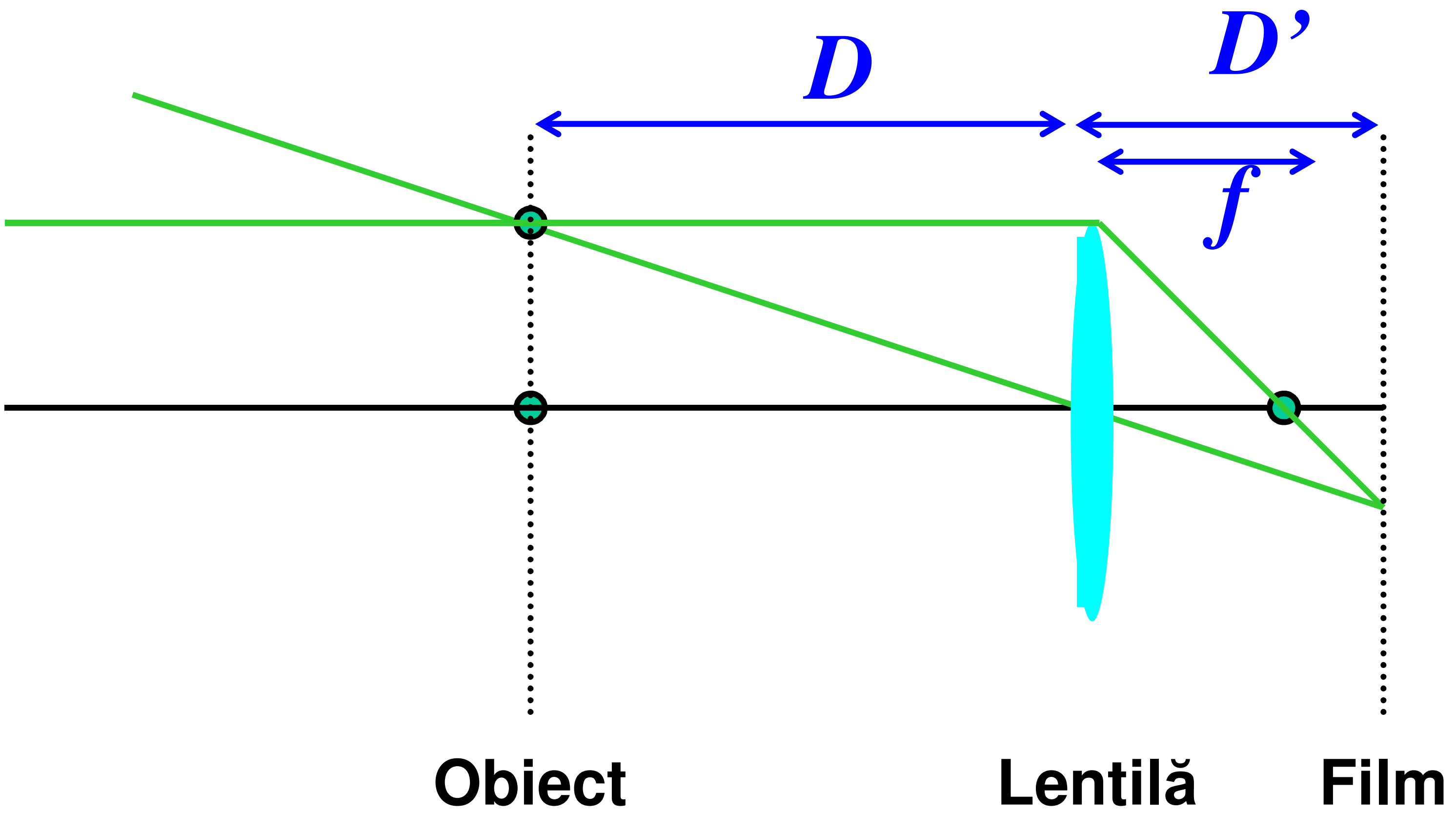


Adăugarea unei lentile focale

- Lentila concentrează (focus) razele de lumină pe filmul fotografic
- Obiectele sunt în focus doar la o anumită distanță
- Celelalte puncte converg într-o zonă de confuzie



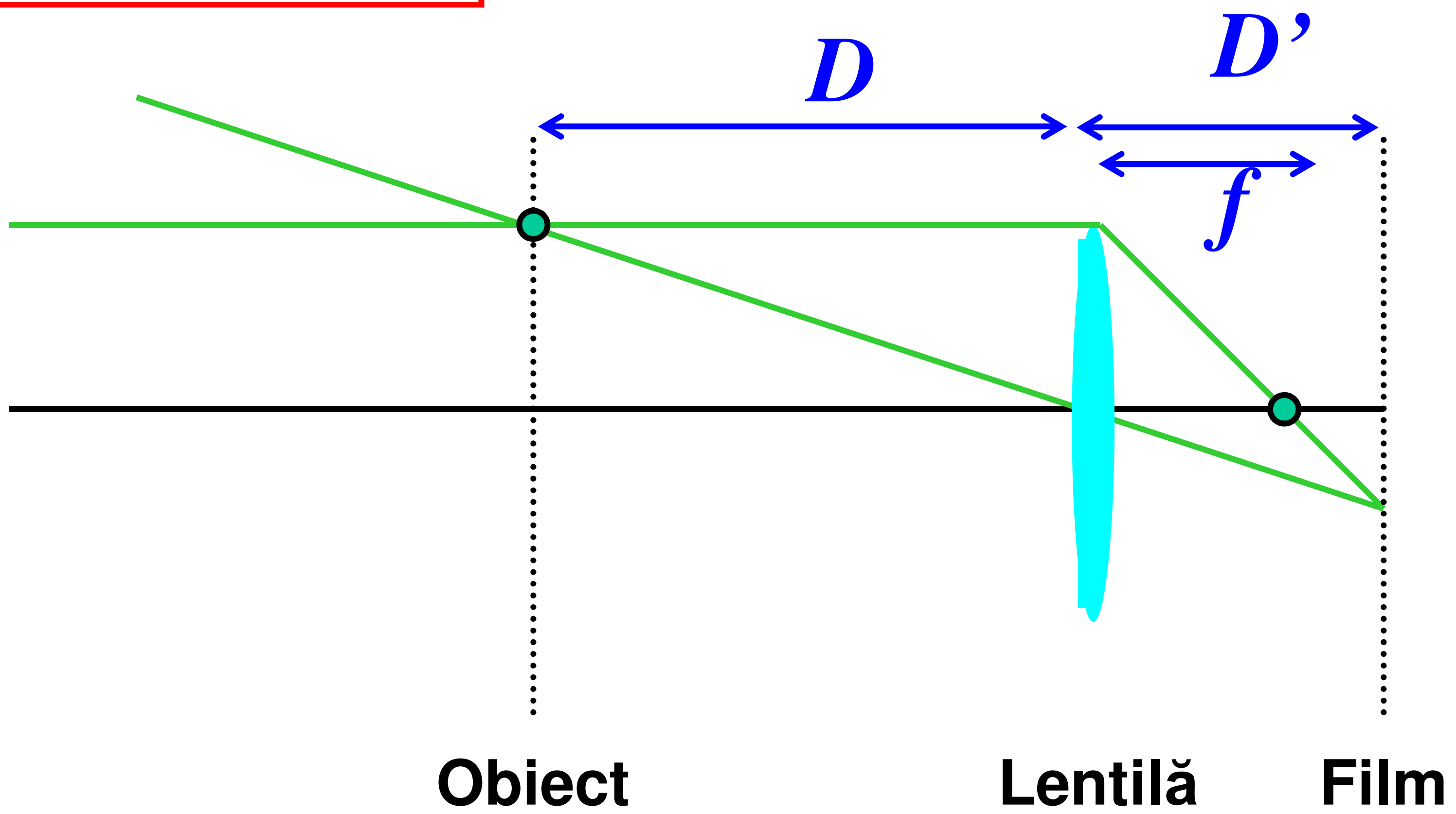
Ecuația lentilei



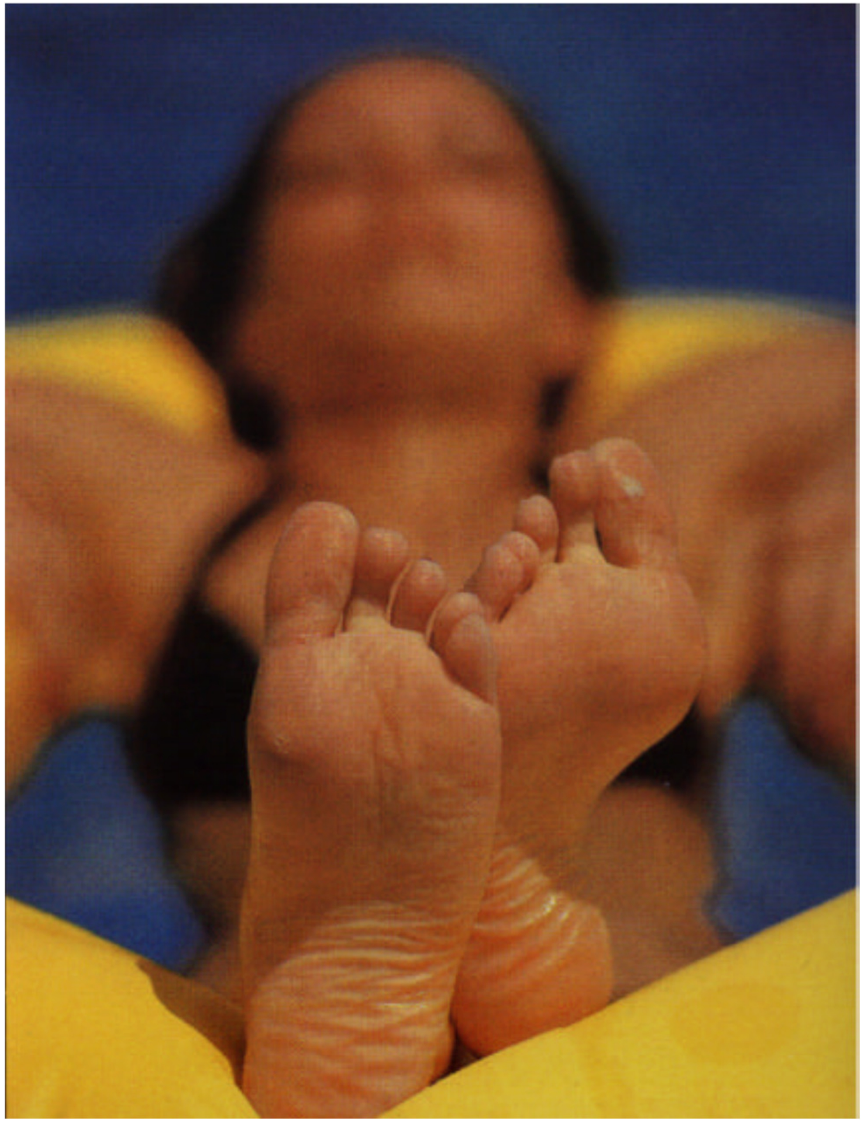
Ecuația lentilei

$$\boxed{\frac{1}{D'} + \frac{1}{D} = \frac{1}{f}}$$

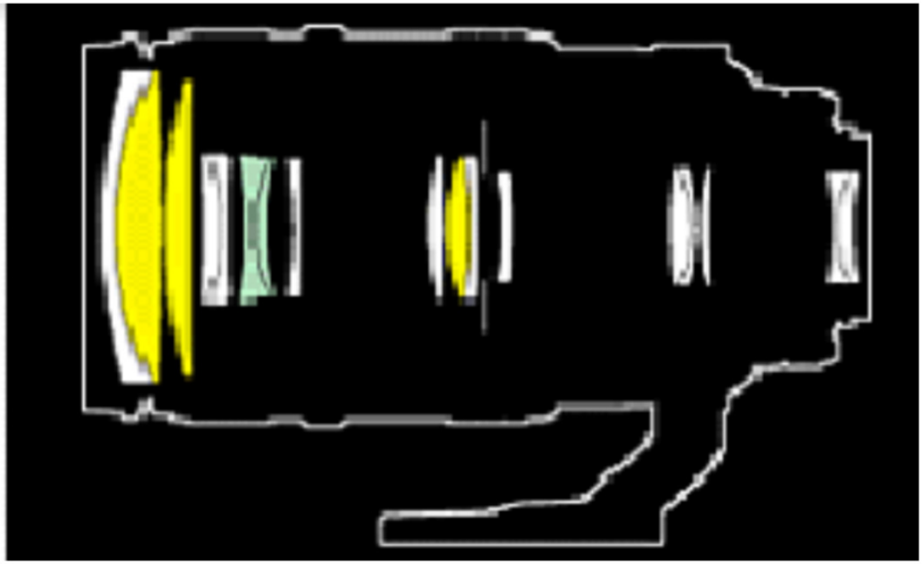
Orice punct ce satisface ecuația lentilei este în focus

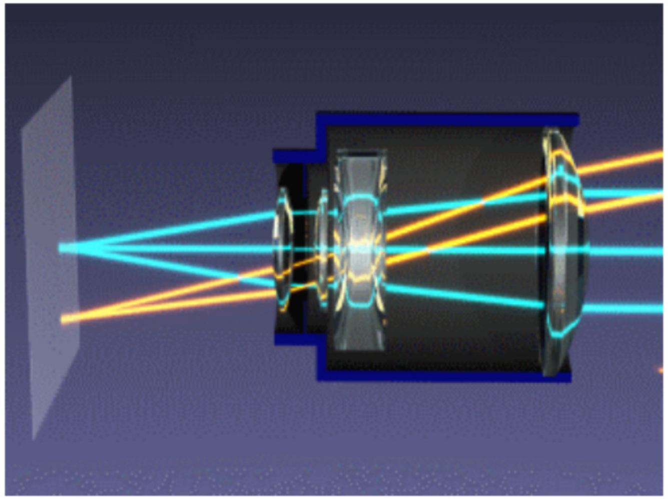


Puncte ce nu se află în focus



Lentile



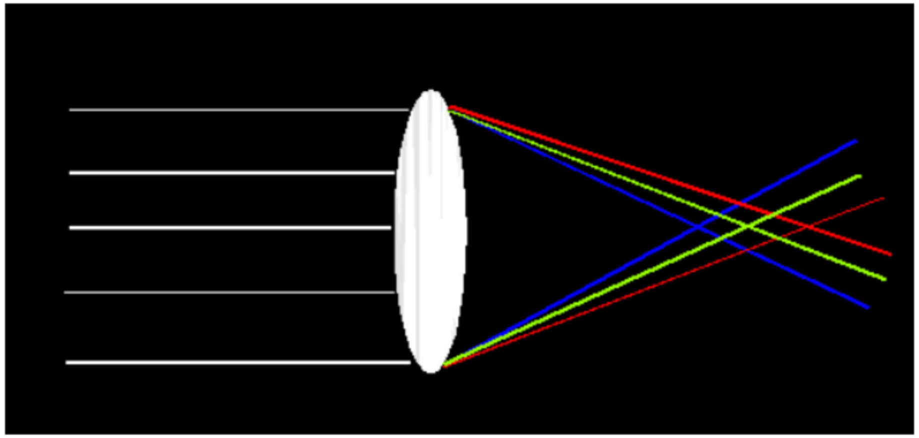


Source wikipedia

Aberaţii cromatice

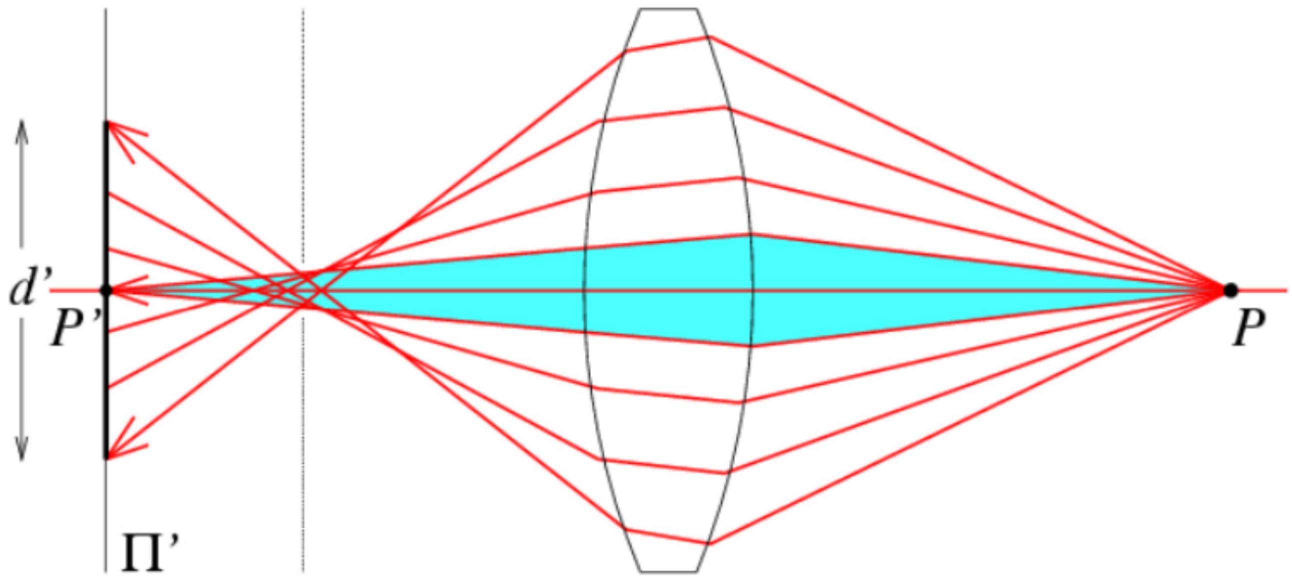
- **Lentilele ce au indici de refracţie diferiţi pentru diferite lungimi de undă, produc aberaţii cromatice**

$$f = \frac{R}{2(n-1)}$$



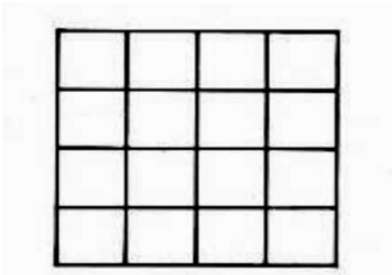
Aberaţii cromatice

- **Razele mai îndepărtate faţă de axa optică intră în focus la un punct mai apropiat de lentilă**

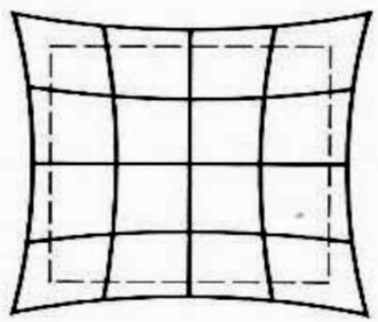


Aberaţii cromatice

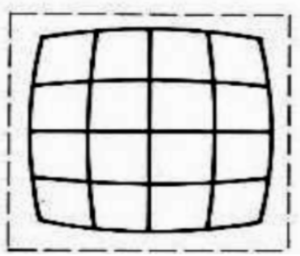
- **Deviaţiile cele mai evidente sunt cele ale razelor ce trec prin marginea lentilei**
- **Distorsiunile descresc odată cu micşorarea distanţei la axa optică**



Fără distorsiune



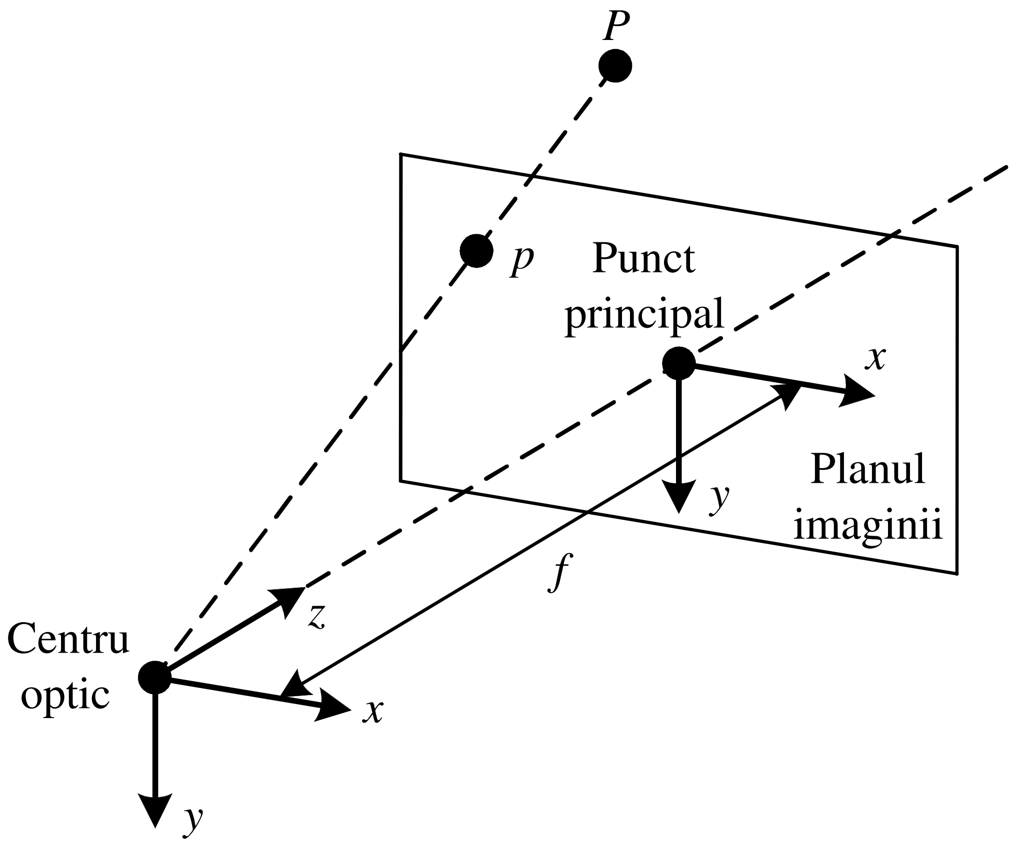
Distorsiune tip pernă



Distorsiune tip butoi (lentile fisheye)

Parametrii Camerei

Modelarea camerelor ideale



P **– punct 3D (real)**
p **– punct 2D (în imagine)**

f **– distanță focală**

$$x = f \cdot \frac{X}{Z} \qquad y = f \cdot \frac{Y}{Z}$$

O cameră, sau un senzor vizual, poate fi descrisă ca un sistem ce execută o transformare ireversibilă din coordonatele spaţiului 3D real în coordonatele 2D ale planului imaginii.

Coordonate omogene

- $P = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = [X \quad Y \quad Z \quad 1]^T$ **– coordonatele omogene ale scenei**

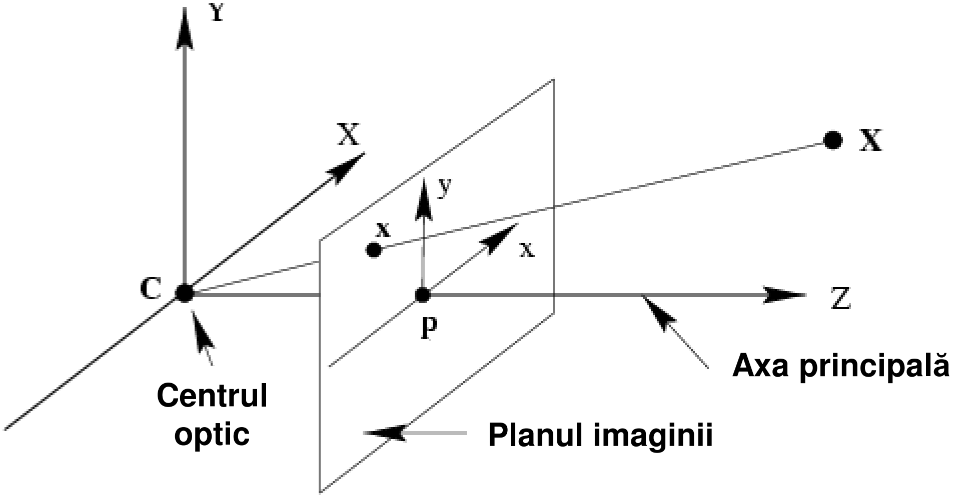
- $p = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = [x \quad y \quad 1]^T$ **– coordonatele omogene ale imaginii**

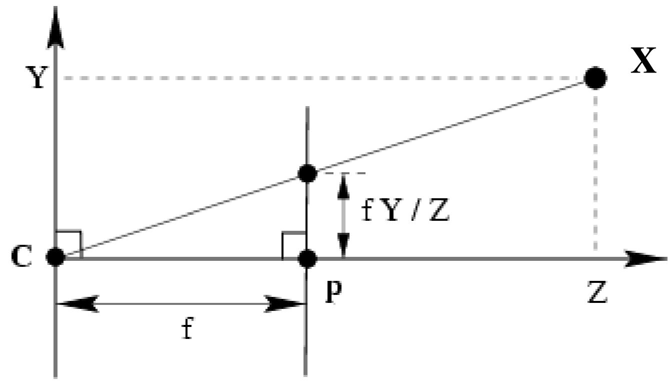
- **Conversia din coordonate omogene:**

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} \rightarrow \left(\frac{x}{w}, \frac{y}{w}\right) \qquad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \rightarrow \left(\frac{x}{w}, \frac{y}{w}, \frac{z}{w}\right)$$

- w **– factor de scalare**

Transformarea unui punct 3D in planul 2D





Ecuațiile de proiecție: $x = f \cdot \dfrac{X}{Z}$ $\qquad$ $y = f \cdot \dfrac{Y}{Z}$

Matricea de proiecţie *Q*

$$p = Q \cdot P$$

$$p = \begin{pmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{pmatrix} = \underbrace{\boxed{\begin{bmatrix} f_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}}_{Q} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Parametrii camerei

- **Parametrii matricei de proiecţie (parametrii camerei) ideali:**
  - **Intrinseci:**
    - **Centrul optic al imagini la coordonatele 2D** $(0,0)$
    - **Lăţimea unui pixel este egală cu înălţimea sa**
    - **Fără oblicitate (skew)**
  - **Extrinseci:**
    - **Nu există rotaţie a camerei**
    - **Poziţia camerei la coordonatele reale** $(0,0,0)$

$$p = \begin{pmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{pmatrix} = \underbrace{\boxed{\begin{bmatrix} f_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}}_{\boldsymbol{Q}} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Parametrii intrinseci

- **Parametrii matricei de proiecţie (parametrii camerei) ideali:**
  - **Intrinseci:**
    - **Centrul optic al imagini la coordonatele 2D** $(0,0)$
    - **Lăţimea unui pixel egală cu înălţimea sa**
    - **Fără oblicitate (skew)**
  - **Extrinseci:**
    - **Nu există rotaţie a camerei**
    - **Poziţia camerei la coordonatele reale** $(0,0,0)$

$$p = \begin{pmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{pmatrix} = \left[\begin{array}{ccc:c} f_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right] \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad p = K[I \quad 0]P$$

K

Matricea parametrilor intrinseci

Parametrii intrinseci

- **Intrinseci:**
  - ~~Centrul optic al imagini la coordonatele 2D $(0,0)$~~
  - Centrul optic la (u_0, v_0)
  - Lăţimea unui pixel egală cu înălţimea sa
  - Fără oblicitate (skew)
- **Extrinseci:**
  - Nu există rotaţie a camerei
  - Poziţia camerei la coordonatele reale $(0,0,0)$

$$p = \begin{pmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{pmatrix} = \left[\boxed{\begin{matrix} f_x & 0 & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}}\ \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right] \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

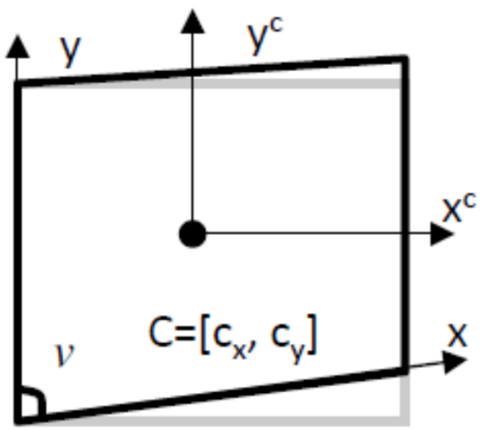
Parametrii intrinseci

- Intrinseci:
  - Centrul optic la (u_0, v_0)
  - ~~Lăţimea unui pixel egală cu înălţimea sa~~
  - Pixeli dreptunghiulari
  - Fără oblicitate (skew)
- Extrinseci:
  - Nu există rotaţie a camerei
  - Poziţia camerei la coordonatele reale $(0,0,0)$

$$p = \begin{pmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} \alpha & 0 & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

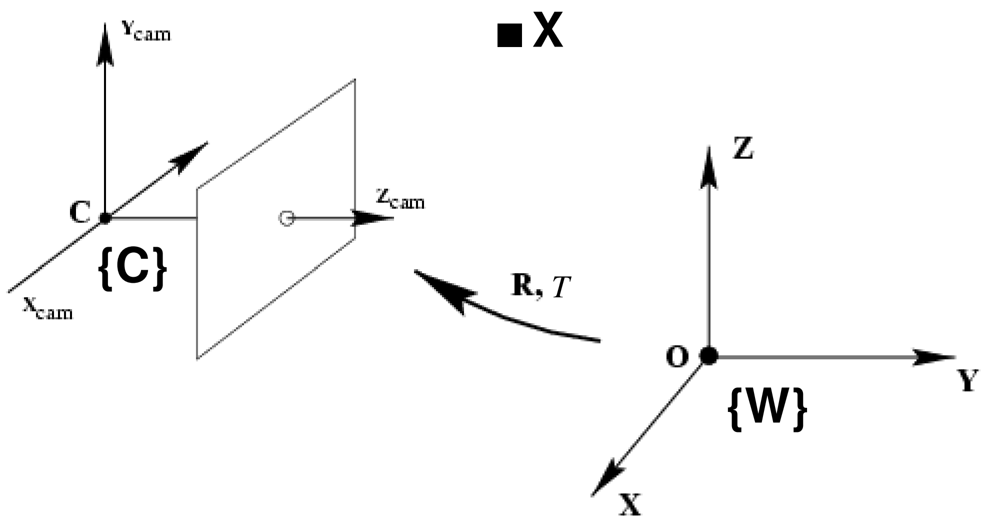
Parametrii intrinseci

- **Intrinseci:**
  - **Centrul optic la** (u_0, v_0)
  - **Pixeli dreptunghiulari**
  - ~~**Fără oblicitate (skew)**~~
  - **Cu oblicitate (skew)**
- **Extrinseci:**
  - **Nu există rotaţie a camerei**
  - **Poziţia camerei la coordonatele reale** $(0,0,0)$



$$p = \begin{pmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & s & u_0 & 0 \\ 0 & \beta & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Translaţia şi rotaţia camerei



Parametrii extrinseci

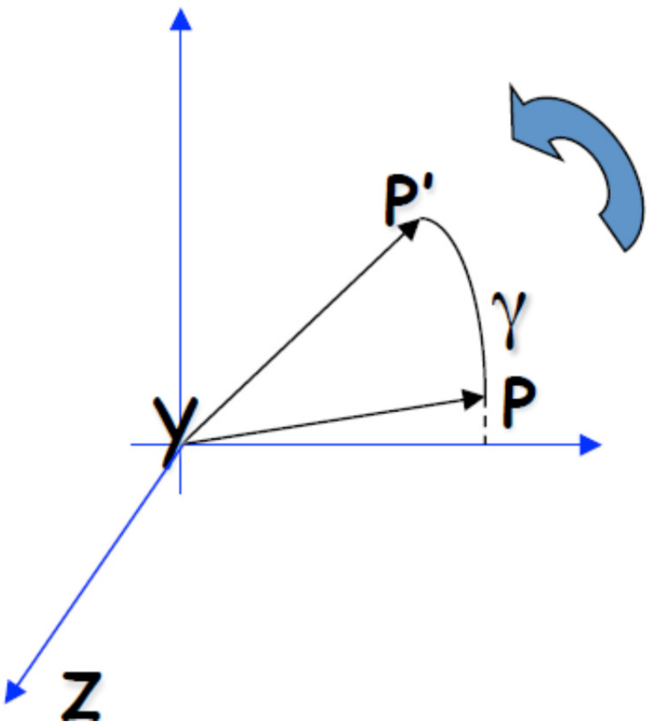
- Intrinseci:
  - Centrul optic la (u_0, v_0)
  - Pixeli dreptunghiulari
  - Cu oblicitate (skew)
- Extrinseci:
  - Nu există rotaţie a camerei
  - ~~Poziţia camerei la coordonatele reale~~ $\cancel{(0,0,0)}$
  - Poziţia la coordonatele (t_X, t_Y, t_Z)

$$p = K[I \quad t]P$$

$$p = \begin{pmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & s & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_X \\ 0 & 1 & 0 & t_Y \\ 0 & 0 & 1 & t_Z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Parametrii extrinseci

- Intrinseci:
  - Centrul optic la (u_0, v_0)
  - Pixeli dreptunghiulari
  - Cu oblicitate (skew)
- Extrinseci:
  - ~~Nu există rotaţie a camerei~~
  - Există rotaţie
  - Poziţia la coordonatele (t_X, t_Y, t_Z)



$$R_X(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$R_Y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

$$R_Z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Parametrii extrinseci

- Intrinseci:
  - Centrul optic la (u_0, v_0)
  - Pixeli dreptunghiulari
  - Cu oblicitate (skew)
- Extrinseci:
  - ~~Nu există rotaţie a camerei~~
  - Există rotaţie
  - Poziţia la coordonatele (t_X, t_Y, t_Z)

$$p = K[R \quad t]P$$

$$p = \begin{pmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & s & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_X \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_Y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_Z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Matricea de proiecţie a camerei

- **Intrinseci**:
  - Centrul optic la (u_0, v_0)
  - Pixeli dreptunghiulari
  - Cu oblicitate (skew)
- **Extrinseci**:
  - Există rotaţie
  - Poziţia la coordonatele (t_X, t_Y, t_Z)

$$p = K[R \quad t]P$$

$$p = \begin{pmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & s & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_X \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_Y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_Z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Câte grade de libertate există?

Matricea de proiecţie a camerei

- **Intrinseci:**
  - **Centrul optic la** (u_0, v_0)
  - **Pixeli dreptunghiulari**
  - **Cu oblicitate (skew)**
- **Extrinseci:**
  - **Există rotaţie**
  - **Poziţia la coordonatele** (t_X, t_Y, t_Z)

$$p = K[R \quad t]P$$

$$p = \begin{pmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha & s & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{5} \underbrace{\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_X \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_Y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_Z \end{bmatrix}}_{6} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix}$$

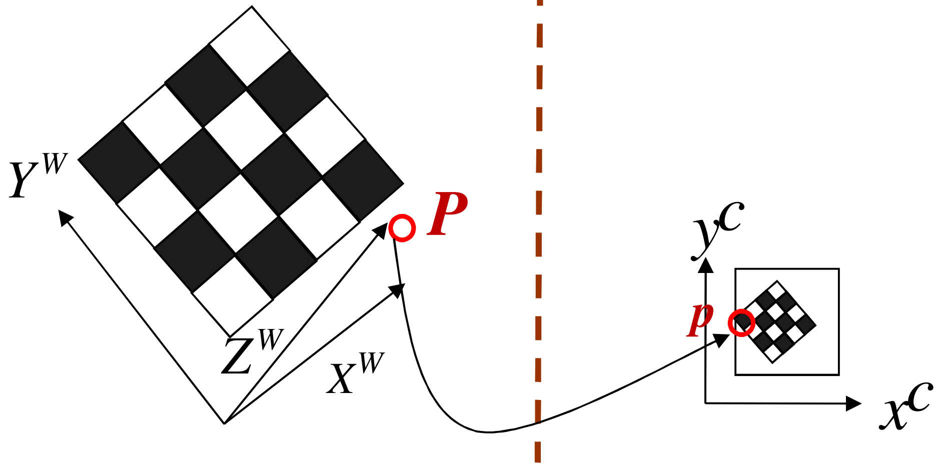
Calibrarea Camerelor

Calibrarea camerelor

- Reprezintă metoda de determinare a parametrilor intrinseci şi extrinseci ai unei camere
- Acești parametrii sunt necesari atunci când reconstruim informații din lumea reală într-un mediu virtual 3D

Calibrarea camerelor

Spațiul cartezian | **Spațiul imaginii**



$$\boldsymbol{p} = [\text{Matricea de proiecție}]\ \boldsymbol{P}$$

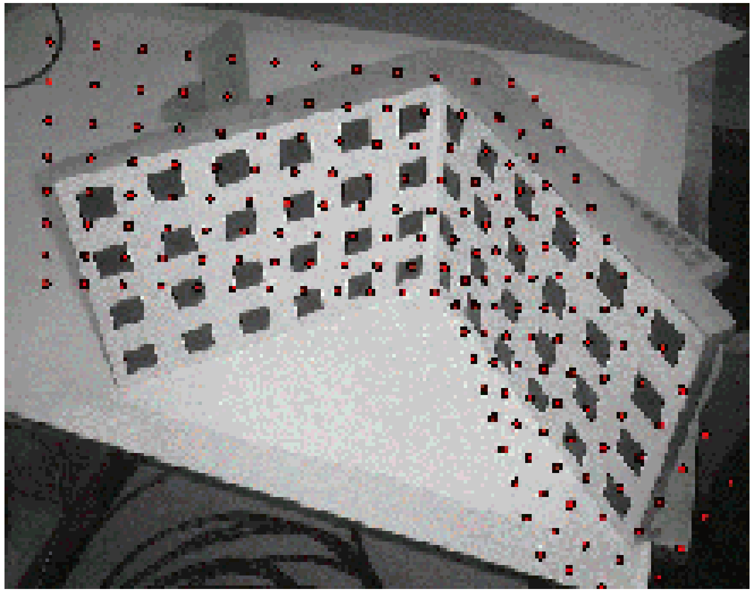
$$K\begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha & s & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

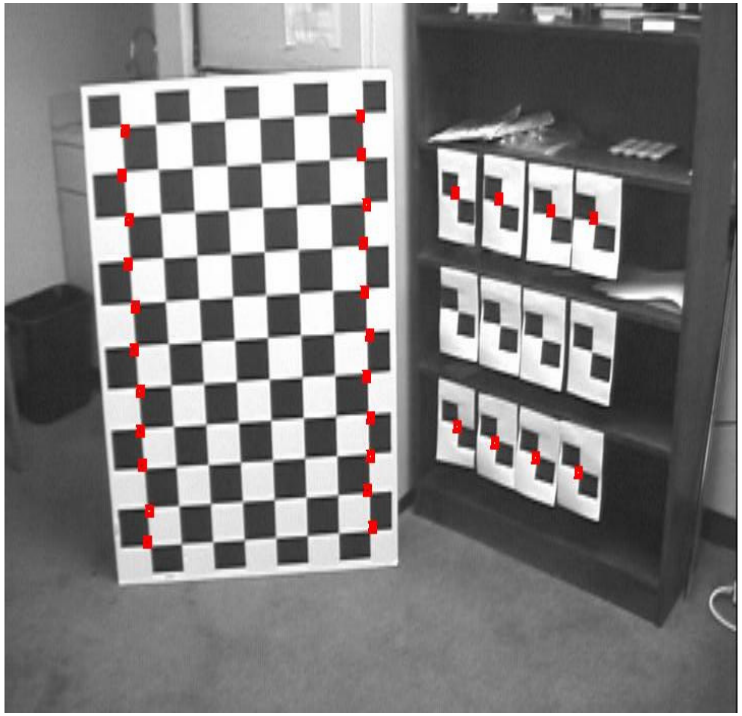
Param. Intrinseci = ?

Calibrarea camerelor: abordări

- **Modelul de calibrare este a-priori cunoscut (dimensiunea căsuţelor din tabla de şah)**
- **În procesul de calibrare, modelul este achiziționat sub diferite unghiuri**



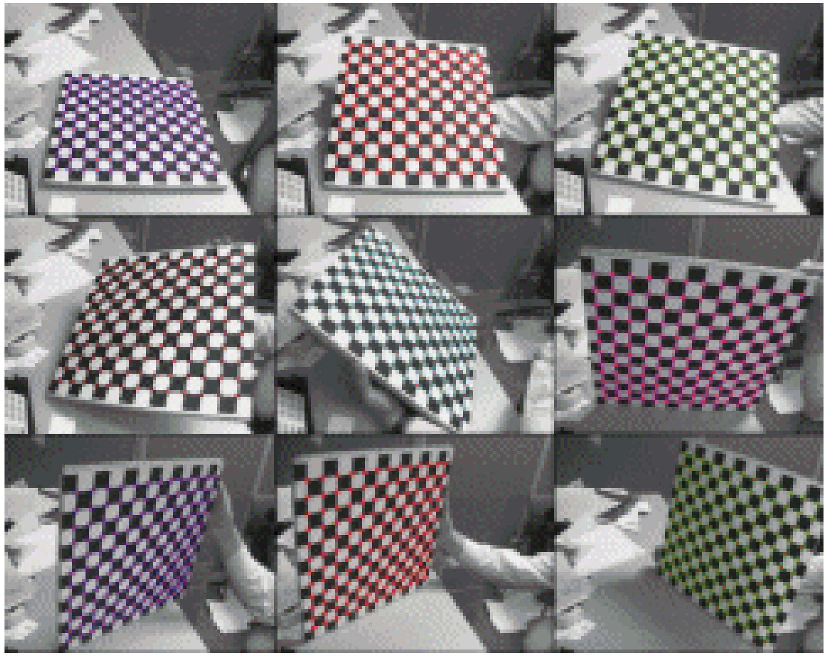
Model ne-planar



Model planar

Metoda Zhang (1999)

- P – puncte reale 3D (ale modelului de calibrare)
- p – puncte din imagine



$$p = \underbrace{[\text{Matrice de proiecție}]}_{K\,[R\,|\,t]}\ P$$

Funcție de cost:

$$q = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\Big\| \underset{\downarrow \atop \textit{Puncte observate}}{p_{ij}} - \underbrace{\hat{p}(K, R_i, t_i, P_j)}_{\textit{estimate}:\ K\,[R\,|\,t]\,P} \Big\|^2$$

Metoda Zhang (1999)

- Pașii algoritmului:
  - Se cunosc distribuția colțurilor modelului de calibrare (colțurile tablei de șah)
  - Se determină punctele cheie ale tablei de șah
  - Se determină corespondențele dintre punctele cheie calculate p_{ij} și cele estimate $\hat{p}$
  - Se minimizează funcția criteriu q, în care parametrii intrinseci din K variază


LOONEY TUNES
"That's all Folks!"